

# Zentralübung Rechnerstrukturen im SS2008

## Statistische Verfahren und Fehlertoleranz

Dr. Rainer Buchty

`buchty@ira.uka.de`

Universität Karlsruhe (TH) – Forschungsuniversität  
Institut für Technische Informatik (ITEC)  
Lehrstuhl für Rechnerarchitektur

17.07.2008

- **Ziel: Feedback an Veranstalter**
  - Lob (hören wir gerne)
  - Konstruktive Kritik / Verbesserungsvorschläge
- **Nicht Ziel: Frustrabbau**
  - Hilft gegen Magengeschwüre, aber leider nicht der Verbesserung der Lehre
- **Bearbeitungszeit: 5-10 Minuten**
  - Bewertung der Veranstaltung insgesamt
  - Gesonderte(s) Lob/Kritik an einzelnen Tutoren bitte in den Freifeldern ausformulieren
- **Gemäß Evaluierungsrichtlinie:**  
Abgabe der Bewertungsbögen durch Studenten  
→ **Freiwillige vor!**

- **Fehlertoleranzaspekte betreffen Entwurf und Betrieb**
  - Minimierung der Entwicklungskosten bei für die Anwendung ausreichender Zuverlässigkeit
  - Maximierung der Ausfallsicherheit
- **Maßzahlen**
  - Funktionswahrscheinlichkeit  $\varphi$
  - Ausfallwahrscheinlichkeit  $1 - \varphi$

## Was bedeutet Verfügbarkeit?

<b>Verfügbarkeit/Jahr</b>	<b>Ausfallzeit/Jahr</b>
99%	87,6h (3,65d)
99,5%	43,8h (1,825d)
99,9%	8,76h
99,99%	52,56m
<b>99,999%</b>	5,26m

**Hochverfügbarkeit:** 99,999% („Five Nines“)

- Statistische Verfahren **auch im Low-Power-Bereich von Bedeutung** *(vgl. Übung 1)*

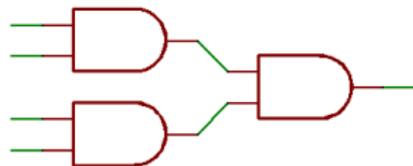
## Schaltungsentwurf

Gegeben Sei ein UND-Gatter mit zwei Eingängen. Die Eingabewerte seien gleichverteilt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit  $p_{0 \rightarrow 1}$  für einen Pegelwechsel von 0 auf 1?

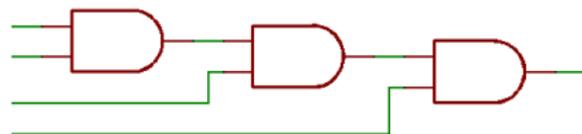
- UND: 1 wenn beide Eingänge 1, sonst 0
- Somit  $p_1 = \frac{1}{4}$ ,  $p_0 = \frac{3}{4}$
- $p_{0 \rightarrow 1}$  damit  $p_0 * p_1 = \frac{3}{16}$

- UND-basierte Funktion mit 4 Eingängen:  
**Auswirkung von Schaltwahrscheinlichkeiten**

*(Rechenweg siehe Übung 1)*



- $p_{gesamt} = 0,5625$
- Höherer  
Leistungsverbrauch
- Geringere Durchlaufzeit



- $p_{gesamt} = 0,4325$
- Geringerer  
Leistungsverbrauch
- Höhere Durchlaufzeit

- Graphische Repräsentation einer Architektur durch **Zuverlässigkeitsblockdiagramm**
- Abbildung auf gleichwertige **Strukturformel**
- Transformierung in Berechnungsformel

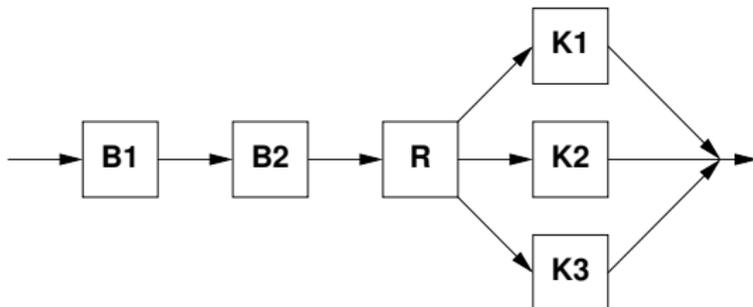
## Beispielaufgabe

Gegeben sei ein portables Rechnersystem bestehend aus zwei Batterien  $B_1$  und  $B_2$ , der eigentlichen Recheneinheit  $R$  und einer redundant ausgelegten Kommunikation über die Komponenten  $K_1$  bis  $K_3$ . Zum fehlerfreien Betrieb des Systems sind beide Batterien, die Recheneinheit und mindestens eine Kommunikationskomponente erforderlich.

**Erstellen Sie Zuverlässigkeitsblockdiagramm und Strukturformel.**

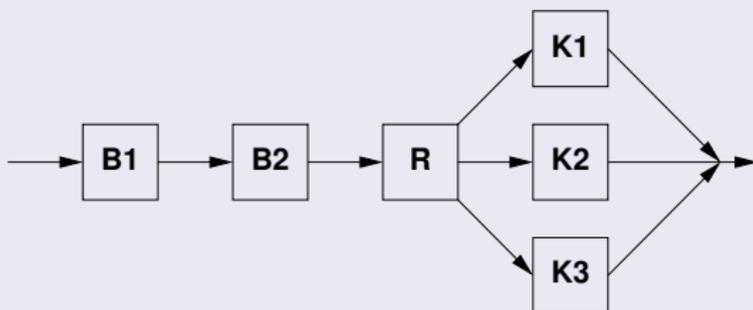
## Beispielaufgabe

Gegeben sei ein portables Rechnersystem bestehend aus zwei Batterien  $B_1$  und  $B_2$ , der eigentlichen Recheneinheit  $R$  und einer redundant ausgelegten Kommunikation über die Komponenten  $K_1$  bis  $K_3$ . Zum fehlerfreien Betrieb des Systems sind beide Batterien, die Recheneinheit und mindestens eine Kommunikationskomponente erforderlich. Erstellen Sie Zuverlässigkeitsblockdiagramm und Strukturformel.



## Zuverlässigkeitsblockdiagramm

## Zuverlässigkeitsblockdiagramm



## Strukturformel

$$S = B_1 \wedge B_2 \wedge R \wedge (K_1 \vee K_2 \vee K_3)$$

oder

$$S = B_1 \text{ and } B_2 \text{ and } R \text{ and } (K_1 \text{ or } K_2 \text{ or } K_3)$$

$$S = B_1 \wedge B_2 \wedge R \wedge (K_1 \vee K_2 \vee K_3)$$

## Strukturformel

- Gegebenen seien die Funktionswahrscheinlichkeiten  $\varphi(B)$ ,  $\varphi(R)$  und  $\varphi(K)$ .
- Umformung in Formel zur Berechnung:
- Funktionswahrscheinlichkeit eines **Seriensystems**:  
 $\varphi(\bigwedge_{K \in \Lambda}) = \prod_{K \in \Lambda} \varphi(K)$ , also  $\varphi = \varphi(B) * \varphi(B) * \varphi(R) * \dots$
- Funktionswahrscheinlichkeit eines **Parallelsystems**:  
 $\varphi(\bigvee_{K \in \Lambda}) = \sum_{\emptyset \neq A \in \Lambda} (-1)^{1+\#A} * \varphi(\bigwedge_{K \in A} K)$

- **Wie mit 1-aus-n umgehen?**
- Betrachtung der **Ausfallwahrscheinlichkeit**
  - Umformung gemäß boolescher Logik  
 $(K_1 \vee K_2 \vee K_3) \rightarrow \neg(K_1 \wedge K_2 \wedge K_3)$
  - entsprechend:  $\varphi(K) \rightarrow 1 - \varphi(K)$ , d.h.  
Ausfallwahrscheinlichkeit für K-System:  $(1 - \varphi(K))^3$
  - Anschließend: **Retransformation** in  
Funktionswahrscheinlichkeit

● somit:  $\varphi = \underbrace{\varphi(B) * \varphi(B) * \varphi(R)}_{\text{Seriensystem}} * \underbrace{(1 - (1 - \varphi(K))^3)}_{\text{Parallelsystem}}$

- **Erhöhung der Systemsicherheit**
- **Simpel, aber teuer:**  
Vervielfachung der kritischen Komponenten
- **Hot Standby**
  - Backup-Komponenten rechnen immer parallel, jedoch wird nur ein Ergebnis verwendet
  - Hoher Energiebedarf
  - Verschleiß der Backup-Komponenten
  - Schnelle Umschaltzeit
- **Cold Standby**
  - Backup-Komponenten werden bei Bedarf aktiviert
  - Verbrauch (fast) wie Normalsystem
  - Kein Verschleiß (außer normaler Alterung)
  - Benötigt Zeit zum Hochfahren und Umschalten

- Kompromißentwurf: **Graceful Degradation**

- System wird auf durchschnittlich benötigte Leistung hin aufgebaut mit Sicherheitszulage
- Im Normalbetrieb: typischerweise Parallelbetrieb aller Einheiten bei gleichmäßiger Auslastung
- Im Fehlerfall: Verteilung der verbleibenden Ressourcen
- Im Fehlerfall weiterhin funktionsfähig, aber verringerte Gesamtleistung

- Problem: Wie **Fehlerzustand** erkennen?

- **Mehrfachsysteme mit Mehrheitsentscheider**

- Mehrfache, unabhängige Durchführung von Systemaufgaben
- Definition des korrekten Zustands über Mehrheitsentscheider
- Identifikation fehlerhafter Berechnung bzw. von Fehlerzuständen
- Klassische Ausführung:

**Triple Modular Redundancy (TMR)**

*Tres faciunt collegium.*

## ● Alltagsimplementationen

- Batterien (mehr Spannung/Strom als zum Betrieb benötigt)
- RAID-Systeme
  - Mirroring (RAID-1): hot standby
  - Parität (RAID3-6): Entscheider-System
  - Erhöhung der Ausfallsicherheit

RAID	Anzahl Festpl.	Netto-kapazität	Ausfall-sicherheit
0	$\geq 2$	$n$	0
1	$\geq 2 * 1$	$\frac{n}{2}$	$\frac{n}{2}$
2	10	$\frac{8n}{10}$	2
3	$\geq 2$	$n-1$	1
4	$\geq 2$	$n-1$	1
5	$\geq 3$	$n-1$	1
6	$\geq 4$	$n-2$	2
DP	$\geq 3$	$n-2$	2

- **Zuverlässigkeitsblockdiagramm und Strukturformel:**

Erfassung aller Funktionszustände

- Beispiel: 2-aus-3-System
- System funktionsfähig, wenn 1&2, 1&3, 2&3, 1&2&3 funktionsfähig
- System nicht funktionsfähig, wenn nur 1, 2, oder 3 funktionsfähig.

- **Zuverlässigkeitsberechnung** direkt über:

$$\varphi_m^n = \sum_{k=n}^m \binom{m}{k} * \varphi(K)^k * (1 - \varphi(K))^{(m-k)}$$

- Beispiel: 2-aus-3-System, n=2, m=3

$$\varphi_3^2 = \sum_{k=2}^3 \binom{3}{k} * \varphi(K)^k * (1 - \varphi(K))^{(3-k)}$$

- **Systeme mit Mehrheitsentscheider:**

$$\varphi_m^n = \varphi(V) * \sum_{k=n}^m \binom{m}{k} * \varphi(K)^k * (1 - \varphi(K))^{(m-k)}$$

- $\varphi(K)$ : Funktionswahrscheinlichkeit der Komponente
- $\varphi(V)$ : Funktionswahrscheinlichkeit des Mehrheitsentscheiders (Voter)
- Entscheider ist **single point of failure!**
  - $\varphi(V)$  idealerweise  $\rightarrow 1$
  - Voter vergleichsweise einfache Einheit, daher geringe Fehleranfälligkeit
  - Ggf. seinerseits Redundanzsystem (Teilauswertungen)

Ein RAID2-System besteht per Definition aus 10 Festplattenspeichern. Hiervon dürfen zwei ausfallen, ohne daß es zu Datenverlust kommt. Unter der Annahme, die Verfügbarkeit pro Festplatte betrage  $\varphi(F) = 0,99$ , wie hoch ist die Chance auf Datenverlust?

- allgemein:

$$\varphi_m^n = \sum_{k=n}^m \binom{m}{k} * \varphi(K)^k * (1 - \varphi(K))^{(m-k)}$$

- $n=8, m=10, \varphi(K) = \varphi(F) = 0,99$  – also:

$$\varphi_{10}^8 = \sum_{k=8}^{10} \binom{10}{k} * 0.99^k * 0.01^{(10-k)} = 0.999886$$

Chance auf Datenverlust somit:  $1 - 0.999886 = 0.000114$ .

- Mean Time to Failure (**MTTF**): mittlere Funktionszeit
- Mean Time to Repair (**MTTR**): mittlere Reparaturzeit
- Mean Time between Failures (**MTBF**): mittlere Zeit zwischen zwei Ausfällen,  $MTBF = MTTF + MTTR$   
(für  $MTTR \ll MTTF$  gilt somit:  $MTBF \sim MTTF$ )
- **Punktverfügbarkeit** eines Systems ( $V$ ):  
Wahrscheinlichkeit, ein System zu einem beliebigen Zeitpunkt fehlerfrei anzutreffen, unabhängig davon, ob es bis zu diesem Zeitpunkt bereits ausgefallen ist oder nicht.

$$V = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} = \frac{MTTF}{MTBF}$$

- Für über die Zeit konstante Ausfallraten gilt außerdem:

$$\text{Ausfallrate } \lambda = \frac{1}{MTTF}$$

Eine Festplatte habe eine MTTF von 2 Jahren im Dauerbetrieb. Die Reparaturzeit (MTTR) setze sich zusammen aus der Zeit für das Herunterfahren des Rechners (2 Minuten), Austausch der Festplatte (10 Minuten) und anschließendes Hochfahren des Rechners (2 Minuten).

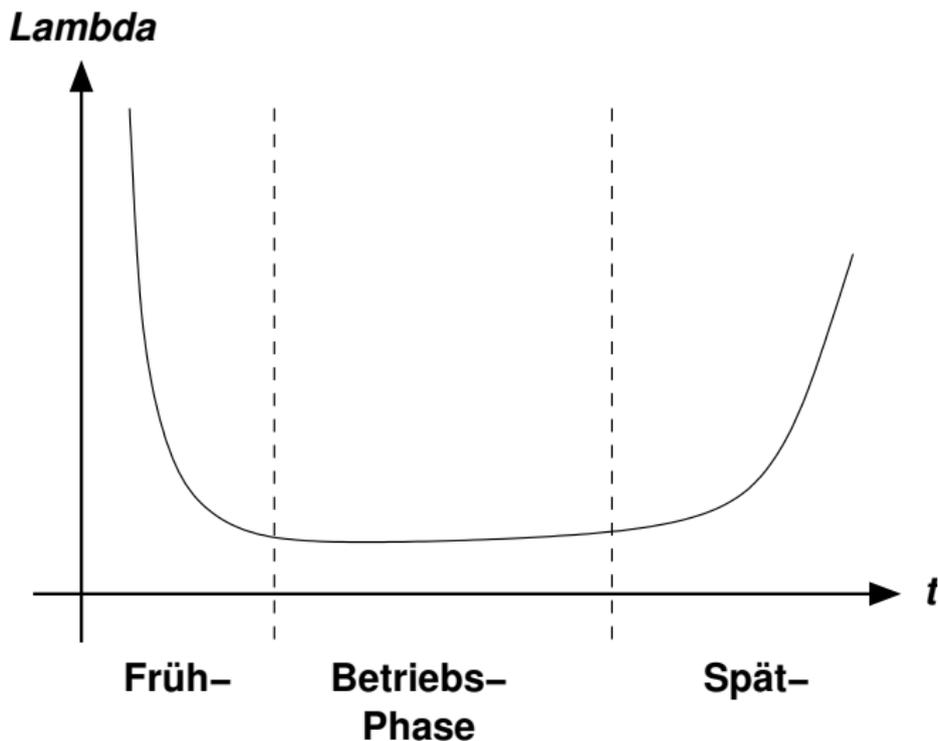
Berechnen Sie die Punktverfügbarkeit  $V$ .

Eine Festplatte habe eine MTTF von 2 Jahren im Dauerbetrieb. Die Reparaturzeit (MTTR) setze sich zusammen aus der Zeit für das Herunterfahren des Rechners (2 Minuten), Austausch der Festplatte (10 Minuten) und anschließendes Hochfahren des Rechners (2 Minuten).

Berechnen Sie die Punktverfügbarkeit  $V$ .

- $MTTF = 2a = (2 * 365 * 24 * 60)min = 1051200min$
- $MTTR = (2 + 10 + 2)min = 14min$
- $V = \frac{MTTF}{MTTF+MTTR} = \frac{1051200}{1051214} = 0,999997$

- **Konstante Ausfallrate ist vereinfachtes Modell**
- **Reale Systeme: variable Ausfallwahrscheinlichkeit**  
über Zeit
- **Badewannenkurve**
  - **Frühphase**
    - Initialausfälle
    - Fertigungsfehler, Bauteildefekte
    - Ausfallrate exponentiell abfallend
  - **Betriebsphase**
    - Nahezu konstante Ausfallrate
  - **Spätphase**
    - Alterungseffekte
    - Ausfallrate exponentiell ansteigend



## Badewannenkurve

Gegeben sei ein 2-aus-3-System, dessen Komponenten zufallsverteilt mit gleicher Rate ausfallen. Die Überlebenswahrscheinlichkeit einer Komponente wird durch die Formel  $R(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ ,  $t > 0$  beschrieben.

- 1 Wie groß ist die Ausfallrate für eine einzelne Komponente?
- 2 Bestimmen Sie die Zeitintervalle, in denen das 2-von-3-System eine größere Überlebenswahrscheinlichkeit als eine einzelne Komponente aufweist.
- 3 Bestimmen Sie  $\lambda$  derart, daß die mittlere Lebensdauer für das gegebene 2-von-3-System  $\frac{5}{6}$  beträgt.

- 1 Wie groß ist die Ausfallrate für eine einzelne Komponente?

- 1 Wie groß ist die Ausfallrate für eine einzelne Komponente?

allgemein:  $z(t) = \frac{d F_L(t)}{dt R(t)} = \frac{d 1-R(t)}{dt R(t)}$

somit:  $z(t) = \frac{d 1-R(K,t)}{dt R(K,t)} = \lambda.$

- 1 Wie groß ist die Ausfallrate für eine einzelne Komponente?

$$\text{allgemein: } z(t) = \frac{d F_L(t)}{dt R(t)} = \frac{d 1-R(t)}{dt R(t)}$$

$$\text{somit: } z(t) = \frac{d 1-R(K,t)}{dt R(K,t)} = \lambda.$$

- 2 Bestimmung der Zeitintervalle, in denen das 2-von-3-System eine größere Überlebenswahrscheinlichkeit als eine einzelne Komponente aufweist.

Gesucht:  $t$  mit  $R(K, t) < R(S_{2v3}, t)$ , d.h. Bestimmung der Schnittpunkte der beiden Überlebenswahrscheinlichkeiten.

- ② Gesucht:  $t$  mit  $R(K, t) < R(S_{2v3}, t)$ , d.h. Bestimmung der Schnittpunkte der beiden Überlebenswahrscheinlichkeiten.

- ② Gesucht:  $t$  mit  $R(K, t) < R(S_{2v3}, t)$ , d.h. Bestimmung der Schnittpunkte der beiden Überlebenswahrscheinlichkeiten.  
2-von-3-System:

$$R(S_{2v3}, t) = \sum_{k=2}^3 \binom{3}{k} R(t)^k [1 - R(t)]^{3-k} = 3 * R(t)^2 - 2 * R(t)^3$$

Einzelkomponente:  $R(K, t) = R(t)$

- ② Gesucht:  $t$  mit  $R(K, t) < R(S_{2v3}, t)$ , d.h. Bestimmung der Schnittpunkte der beiden Überlebenswahrscheinlichkeiten.  
2-von-3-System:

$$R(S_{2v3}, t) = \sum_{k=2}^3 \binom{3}{k} R(t)^k [1 - R(t)]^{3-k} = 3 * R(t)^2 - 2 * R(t)^3$$

Einzelkomponente:  $R(K, t) = R(t)$

somit gilt:

$$R(K, t) = R(S_{2v3}, t)$$

$$\leftrightarrow R = 3 * R^2 - 2 * R^3$$

$$\rightarrow R_1 = 0, R_2 = 0.5, R_3 = 1$$

Wegen  $R(K, t) = e^{-\lambda t}$  ergeben sich für  $R_2$  und  $R_3$  die dazugehörigen Werte  $t_2 = 0$  und  $t_3 = \frac{\ln(2)}{\lambda}$ , d.h. das gesuchte Intervall ist  $[t_2, t_3) = [0, \frac{\ln(2)}{\lambda})$ .

- 3 Bestimmen Sie  $\lambda$  derart, daß die mittlere Lebensdauer für das gegebene 2-von-3-System  $\frac{5}{6}$  beträgt.

Es gilt:

$$\mathbf{MTTF} = \int_0^{\infty} \mathbf{R(S, t)} dt, \quad \lambda = \frac{1}{\mathbf{MTTF}}, \quad R(K, t) = e^{-\lambda t}$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(S_{2v3,t}) dt = \frac{5}{6\lambda} \rightarrow \lambda = 1$$

## Vorlesungen

- **Heterogene parallele Rechensysteme**
  - Parallele Programmierkonzepte
  - Architekturen
  - Rekonfigurierbare und Selbstkonfigurierende Systeme
- **Mikroprozessoren I (vormals II)**
  - Eingebettete Mikroprozessoren
  - Spezialprozessoren
  - Verbindungstechniken
  - Entwurfsmethoden

## Praktika und Seminare

- **Praktikum „Multicore-Programmierung“**
  - Anwendung und Vertiefen paralleler Programmieretechniken (OpenMP und MPI)
  - Leistungsanalyse und Optimierung
- **Praktikum „Multicore-Technologien“**
  - Aufbau von Multicore-Systemen in Hardware unter Verwendung aktueller FPGA-Technologie und FPGA-Entwurfswerkzeuge (Xilinx ISE und XPS)
  - Implementierung und Programmierung von Beispielanwendungen
- **Seminar „Transactional Memory“**
  - Transactional Memory: Problemstellungen, Implementierungen, Architekturen

### Anmeldung über

<http://itec.uka.de/capp/anmeldung/>

## Werkzeugumgebung

David Kramer (kramer@ira.uka.de)

- Weiterentwicklung und Eclipse-Integration
- Bewertungsmetriken
- Interpretationsverfahren
- Echtzeitevaluation und Trenderkennung (Proaktivität)

## Self-aware Memory

Oliver Mattes (mattes@ira.uka.de)

- Kommunikation und Synchronisation
- Reorganisation, Kohärenz und Konsistenz
- Systemsimulation und HW-Prototypen
- Benchmarking

## Programmierung und Laufzeitsysteme

Fabian Nowak (nowak@ira.uka.de)

- Anwendungsbeschleuniger für numerische Verfahren
- Programmphasenerkennung, -vorhersage und -interpretation
- Entwicklungsumgebung für die parallele Programmierung heterogener, dynamisch veränderlicher Knoten
- Partiiell-dynamische Hardwarerekonfiguration

## Transactional Memory / Programmierung

Martin Schindewolf (schindew@ira.uka.de)

- Portierung einer Umgebung für Thread-level Speculation auf Software Transactional Memory
- Entwurf und Implementierung einer DLO-Umgebung für OpenMP in GCC
- Statische Erkennung spezieller Zugriffsmuster in GCC
- Modellierung und Modellbildung von Knoten und Topologien

- **11. August 2008, 13 Uhr**
- Verteilt auf bis zu 4 Hörsäle
  - Audimax A/B (30.95)
  - HSaF (50.35)
  - Neue Chemie (30.46)
  - Architektur HS37 (20.40)
- Hörsaaleinteilung wird nach  
**Anmeldeschluß (01. August 2008)**  
bekanntgegeben
- **Anmeldung über QISPOS**, ebenso Abmeldung
- Sitzplatzeinteilung wird direkt am Klausurtermin per Aushang
- Fragen zu den einzelnen Aufgaben bitte an die jeweiligen Tutoren

- Dauer der Klausur: **60 Minuten** (reine Bearbeitungszeit)
- Klausur besteht aus **6 Aufgaben** zu thematischen Schwerpunkten aus Vorlesung und Übung
- 60 Punkte erzielbar, **20 Punkte zum Bestehen** notwendig
- Faustregel: pro Punkt eine Minute Bearbeitungszeit
- **Keine Hilfsmittel zugelassen** (auch keine Wörterbücher)

- Dauer der Klausur: **60 Minuten** (reine Bearbeitungszeit)
- Klausur besteht aus **6 Aufgaben** zu thematischen Schwerpunkten aus Vorlesung und Übung
- 60 Punkte erzielbar, **20 Punkte zum Bestehen** notwendig
- Faustregel: pro Punkt eine Minute Bearbeitungszeit
- **Keine Hilfsmittel zugelassen** (auch keine Wörterbücher)

## Don't panic!